Sungai di Desaku

MATEMATIKA PEMINATAN
PAKET C SETARA SMA/MA
KELAS XI

MODUL TEMA 9

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2018

Sungai di Desaku

MATEMATIKA PEMINATAN
PAKET C SETARA SMA/MA
KELAS XI

MODUL TEMA 9

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2018

Hak Cipta © 2018 pada Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Dilindungi Undang-Undang

Matematika Peminatan Paket C - Setara SMA/MA kelas XI
Modul Tema 9 : Sungai di Desaku

- **Penulis:** Pasimin, S.Pd., M.Pd.
- **Diterbitkan oleh**: Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan-Ditjen Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat-Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2018

vi+ 14 hlm + illustrasi + foto; 21 x 28,5 cm

Modul Dinamis: Modul ini merupakan salah satu contoh bahan ajar pendidikan kesetaraan yang berbasis pada kompetensi inti dan kompetensi dasar dan didesain sesuai kurikulum 2013. Sehingga modul ini merupakan dokumen yang bersifat dinamis dan terbuka lebar sesuai dengan kebutuhan dan kondisi daerah masing-masing, namun merujuk pada tercapainya standar kompetensi dasar.

Kata Pengantar

Pendidikan kesetaraan sebagai pendidikan alternatif memberikan layanan kepada mayarakat yang karena kondisi geografis, sosial budaya, ekonomi dan psikologis tidak berkesempatan mengikuti pendidikan dasar dan menengah di jalur pendidikan formal. Kurikulum pendidikan kesetaraan dikembangkan mengacu pada kurikulum 2013 pendidikan dasar dan menengah hasil revisi berdasarkan peraturan Mendikbud No.24 tahun 2016. Proses adaptasi kurikulum 2013 ke dalam kurikulum pendidikan kesetaraan adalah melalui proses kontekstualisasi dan fungsionalisasi dari masing-masing kompetensi dasar, sehingga peserta didik memahami makna dari setiap kompetensi yang dipelajari.

Pembelajaran pendidikan kesetaraan menggunakan prinsip flexible learning sesuai dengan karakteristik peserta didik kesetaraan. Penerapan prinsip pembelajaran tersebut menggunakan sistem pembelajaran modular dimana peserta didik memiliki kebebasan dalam penyelesaian tiap modul yang di sajikan. Konsekuensi dari sistem tersebut adalah perlunya disusun modul pembelajaran pendidikan kesetaraan yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dan melakukan evaluasi ketuntasan secara mandiri.

Tahun 2017 Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan, Direktorat Jendral Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat mengembangkan modul pembelajaran pendidikan kesetaraan dengan melibatkan Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru dan tutor pendidikan kesetaraan. Modul pendidikan kesetaraan disediakan mulai paket A tingkat kompetensi 2 (kelas 4 Paket A). Sedangkan untuk peserta didik Paket A usia sekolah, modul tingkat kompetensi 1 (Paket A setara SD kelas 1-3) menggunakan buku pelajaran Sekolah Dasar kelas 1-3, karena mereka masih memerlukan banyak bimbingan guru/tutor dan belum bisa belajar secara mandiri.

Kami mengucapkan terimakasih atas partisipasi dari Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru, tutor pendidikan kesetaraan dan semua pihak yang telah berpartisipasi dalam penyusunan modul ini.

Jakarta, Desember 2018
Direktur Jenderal

Harris Iskandar

Daftar Isi

Judul i

Kata Pengantar ii

Daftar Isi iii

A. Petunjuk Penggunaan Modul 1

B. Tujuan yang diharapkan setelah mempelajari modul 2

C. Pengantar Modul 3

Sub Tema 1. Memancing di Sungai 4

1. Uraian Materi 5

   a. Pengertian Vektor 5

   b. Macam-macam Vektor 6

   c. Operasi Vektor 7

2. Penugasan 9

Sub Tema 2. Aliran sungai 10

1. Uraian Materi 10

   a. Pengertian Kombinasi Linear vektor 10

2. Penugasan 14

D. Rangkuman 16

E. Saran Referensi 16

F. Soal Latihan 17

G. Kunci Jawaban dan Pembahasan 23

H. Penilaian (Rubrik/Kriteria Penilaian) 33

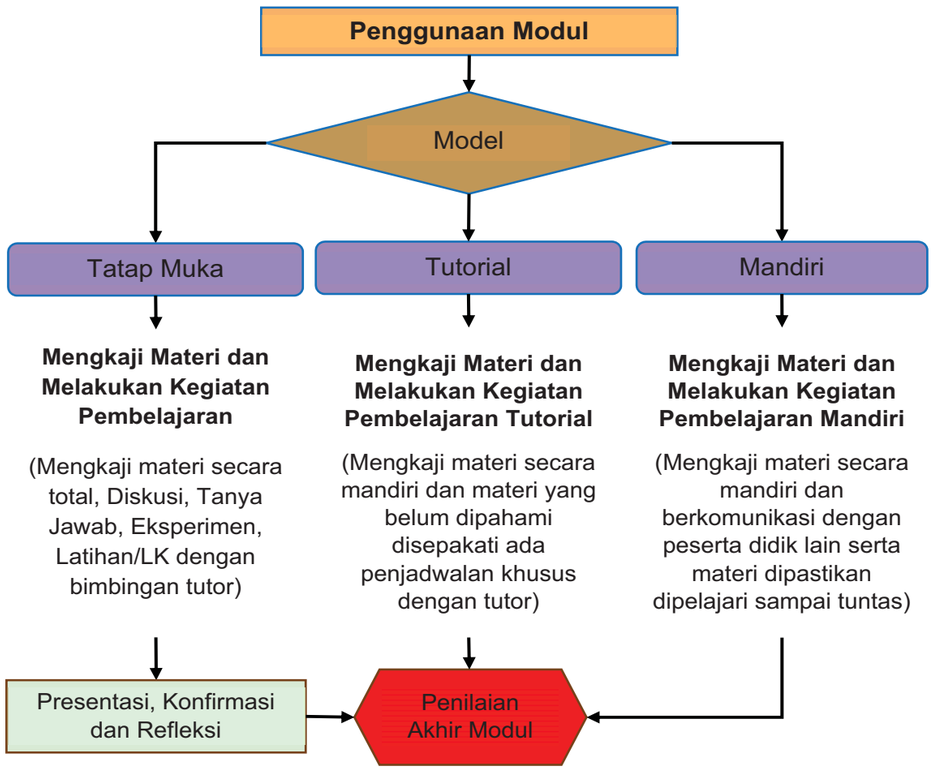
Daftar Pustaka 34

MODUL 9. SUNGAI DI DESAKU

A. Petunjuk Penggunaan Modul dan Kriteria Ketuntasan Pembelajaran

1. Petunjuk Penggunaan Modul

Secara umum, petunjuk penggunaan modul pada setiap kegiatan pembelajaran disesuaikan dengan langkah-langkah kegiatan pada setiap penyajian modul. Modul ini dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran oleh peserta didik, baik dilaksanakan dengan model tatap muka, model tutorial, maupun model belajar mandiri. Berikut ini alur petunjuk penggunaan modul secara umum dapat dilihat pada bagian di bawah ini.



Gambar 1.1.
Alur Model Kegiatan Pembelajaran

a. Kegiatan Pembelajaran Tatap Muka

Pembelajaran tatap muka merupakan seperangkat tindakan yang dirancang untuk mendukung proses belajar peserta didik secara tatap muka, sedangkan kegiatan tatap muka adalah kegiatan pembelajaran yang di dalamnya terjadi proses interaksi antara

peserta didik dan pendidik/tutor. Metode yang sering digunakan dalam kegiatan pembelajaran seperti metode diskusi, Tanya jawab, demonstrasi, eksperimen dan lainnya.

b. Kegiatan Pembelajaran Tutorial

Pembelajaran turorial yang dimaksud dalam kegiatan ini adalah dimana pembelajaran dilakukan secara mandiri untuk materi-materi yang dapat dengan mudah dipahami oleh peserta didik, sedangkan materi-materi yang dianggap sulit untuk dipahami atau dipelajari maka dilakukan dengan tatap muka. Dalam pembelajaran metode tutorial ini diberikan dengan bantuan tutor. Setelah peserta didik diberikan bahan kajian materi pembelajaran, kemudian peserta didik diminta untuk mempelajari kalian materi yang ada dalam modul. Pada bagian kajian materi yang dirasa sulit, peserta didik dapat bertanya pada tutor.

c. Kegiatan Pembelajaran Mandiri

Kegiatan pembelajaran mandiri merupakan kegiatan pembelajaran yang didorong agar peserta didik mampu menguasai suatu kompetensi guna menyelesaikan suatu permasalahan. Pada kegiatan pembelajarn mandiripeserta didik diberikan kajian materi yang ada dalam modul untuk dipelajari dan diarahkan untuk memegang kendali dalam menemukan dan mengorganisir jawaban yang diharapkan. Penetapan kompetensi sebagai tujuan pembelajaran mandiri dan sampai pada cara pencapaian mulai dari penentuan waktu belajar, tempat belajar, sumber belajar lainnya maupun evaluasi modul dilakukan oleh peserta didik itu sendiri. Pada pembelajaran mandiri dipastikan dengan benar bahwa peserta didik melakukan kajian materi, melakukan tahapan kegiatan pembelajarn, tahapan penugasan/latihan, evaluasi, bahkan sampai pada tahap penilaian dilakukan oleh peserta didik itu sendiri.

2. Kriterian Ketuntasan Pembelajaran

Setelah seluruh materi dan setiap kompetensi dasar dipelajari dengan seksama maka cobalah untuk mengerjakan latihan soal yang disediakan, baik secara individu, kelompok maupun dengan bimbingan tutor. Semakin rajin peserta didik dalam mengerjakan soal penugasan, diharapkan semakin terampil dan cepat mengeneralisasikan setiap permasalahan baik yang disediakan dalam modul ataupun dalam kaitannya dengan permasalahan sehari-hari. Peserta didik dinyatakan tuntas belajar modul ini dan dapat melanjutkan ke modul selanjutnya setelah mencapai keberhasilan sebesar 80%.

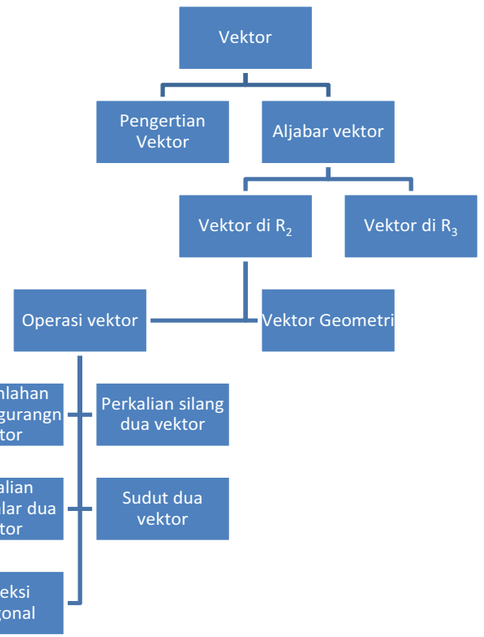
B. Tujuan Pembelajaran

Tujuan setelah mempelajari modul ini, diharapkan peserta didik memiliki kemampuan pengetahuan, dan ketrampilan tentang :

1. Memahami kombinasi linear
2. Memahami teorema mengenai kombinasi linear.

C. Pengantar Modul

Pembelajaran merupakan salah satu cara untuk mendapatkan kemampuan baik sikap, pengetahuan maupun ketrampilan. Untuk menciptakan kegiatan pembelajaran baik melalui model tatap muka, tutorial maupun mandiri, maka salah satu alternatifnya adalah dengan modul ini. Materi pada modul 9 ini adalah **Kombinasi Linear Vektor.** Materi pada modul 9 ini disajikan dalam tema "**Sungai di Desaku**" dan di dalamnya terdapat beberapa subtema yang berkaitan dalam kegiatan pembelajaran. Secara umum materi pembelajaran dalam modul ini membahas yang berkaitan dengan pemahaman tentang kombinasi linear vektor. Modul ini memberikan gambaran uraian materi dengan penerapan dalam kehidupan sehari-hari atau bersifat konstektual.



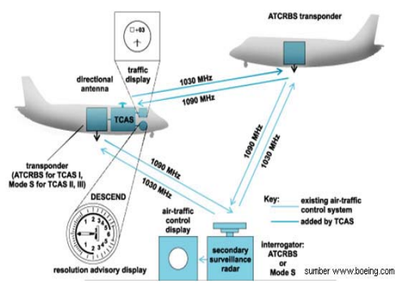
Dengan mempelajari modul ini, dimana materi dikaitkan dengan masalah kehidupan sehari-hari, maka diharapkan peserta didik dengan mengkaji, mencermati, mengolah, menjawab permasalahan atau soal-soal latihan dapat memberikan manfaat dalam kehidupan sehari-hari.

Materi disajikan dengan tema dan subtema yang berkaitan dengan permasalahan kehidupan sehari-hari dimaksudkan agar peserta didik lebih tertarik dan memahami bahwa mempelajari kombinasi linear vektor sangat penting dan bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari. Dengan mempelajari modul ini, sudah tentu memberikan gambaran betapa pentingnya belajar, karena dengan beljar, peserta didik mampu menghadapi dan menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dalam dunia nyata, sehingga jelas bahwa dengan mempelajari materi ini memberikan manfaat dalam menjalani kehidupan sehari-hari.

SUB TEMA 1 “ MEMANCING DI SUNGAI ”

Sebelum memulai mempelajari tentang kombinasi linear vektor, kita perlu mengingat kembali manfaat dari vektor itu. Vektor sangat bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari antara lain dalam bidang teknik sipil, dan bidang navigasi.

(1)



(2)

(1) https://www.google.co.id/search?q=penerapan+vektor+dalam+teknik+sipil
(2) https://fisikakelompok7.blogspot.com

Keterangan:
Gambar (1) adalah kegunaan vektor di bidang teknik sipil
Gambar (2) adalah kegunaan vektor di bidang navigasi

1. URAIAN MATERI

Matematika merupakan ilmu yang sangat berperan dalam bidang apapun. Seperti halnya pada materi vektor ini, banyak sekali benda-benda di sekeliling kita yang berhubungan dengan vector. Coba perhatikan gambar orang memancing berikut :

Gambar1.1 Orang memancing
Sumber : *https://pxhere.com/id/photo/548112*

Gambar diatas merupakan gambar seseorang yang sedang memancing. Perhatikan antara stick dengan senar akan membentuk sebuah sudut tertentu. Apabila mendapat ikan, senar ditarik mengarah ke orang yang memancing. Senar itu memiliki arah. Ini merupakan salah satu contoh penerapan materi vektor. Kombinasi linear vektor berkaitan erat dengan perkalian scalar dengan vektor dan penjumlahan vektor sehingga kita juga akan membahas tentang operasi pada vektor. Nah, untuk mengantarkan kita mempelajari kombinasi linear vektor maka kita perlu mempelajari lagi mengenai operasi pada vektor. Untuk itu, pelajari dan pahami uraian materi berikut dengan baik.

a. Pengertian Vektor

Dalam matematika dan fisika, kita mengenal istilah besaran yang terdiri atas besaran vektor dan besaran skalar. Vektor adalah besaran atau objek geometri yang memiliki besar dan arah. Secara geometri, vektor dilambangkan dengan tanda panah (→). Besar vektor proporsional dengan panjang panah dan arahnya bertepatan dengan arah panah. Vektor dapat diartikan sebagai perpindahan dari titik *A* ke *B*. Secara aljabar, vektor dinyatakan dalam dengan huruf kecil, huruf kapital AB, sebagai $\underset{AB}{\rightarrow}$, matriks kolom, atau dalam bentuk matriks baris.

Vektor berperan penting dalam fisika: posisi, kecepatan dan percepatan objek yang bergerak dan gaya dapat dideskripsikan sebagai vektor. Materi Vektor Paket C yang termuat dalam kurikulum sekolah menengah atas meliputi notasi vektor, panjang vektor, operasi hitung antar dua vektor, sudut antara dua vektor, dan proyeksi vektor. Sebelum membahas lebih jauh mengenai vektor, mari kita pelajari dasar materi vektor matematika Paket C terlebih dahulu. Vektor merupakan salah satu jenis besaran dari dua jenis besaran yang ada dalam ilmu Matematika dan Fisika. Dua besaran tersebut adalah besaran skalar dan besaran vektor. Besaran skalara adalah jenis besaran yang hanya memiliki besar (nilai), contohnya waktu, suhu, volume, dsb. Sedangkan besaran vektor merupakan jenis besaran yang memiliki besar (nilai) dan arah, contohnya kecepatan, momentum, gaya, dsb. Selanjutnya, mari kita simak pembahasan mengenai dasar materi vektor matematika Paket C.

Vektor digambarkan sebagai ruas garis yang memiliki besar dan arah. Vektor di ruang dimensi dua (R^2) didefinisikan sebagai pasangan berurutan dua buah bilangan real (x,y) atau bentuk bersusun seperti $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Sedangkan pada ruang dimensi tiga (R^3) dinyatakan dalam sebuah urutan (x,y,z) bilangan real atau bentuk $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Untuk vektor di ruang dimensi yang lebih tinggi bentuknya akan mengikuti, seperti pada ruang

dimensi 4 yang dinyatakan dalam urutan empat bilangan real. Vektor disimbolkan melalui huruf kecil yang diberi tanda anak panah di atasnya. Selain itu vektor juga dapat disimbolkan dengan huruf kecil yang dicetak tebal atau huruf kecil dengan ruas garis di atasnya.

b. Macam-macam Vektor

1. **Vektor satuan (*unit vector*)**

   Vektor satuan (*unit vector*) adalah suatu vektor dengan besar atau panjang "satu". Panjang vektor adalah jarak dari titik awal dengan titik ujung vektor. Biasanya vektor satuan hanya digunakan untuk menunjukkan arah. Suatu vektor dengan panjang sembarang dapat dibagi oleh panjangnya untuk mendapatkan vektor satuan. Ini dikenal sebagai "normalisasi" (*normalizing*) suatu vektor. Suatu vektor satuan sering diindikasikan dengan sebuah "topi" di atas huruf "a" kecil sebagaimana pada **â**. Untuk menormalisasi suatu vektor **a** = [a_1, a_2, a_3], bagilah vektor itu dengan panjangnya |**a**|.

2. **Vektor nol (*null vector*)**

   "Vektor nol" (*null vector* atau *zero vector*) adalah suatu vektor yang panjangnya "nol". Penulisan dalam koordinat vektor ini adalah (0, 0, 0), dan biasanya diberi lambang 0, atau $\underset{0}{\rightarrow}$. Jumlah vektor nol dengan vektor apapun **a** adalah **a** (yaitu, **0** + **a** = **a**).

3. **Kesamaan dua vektor**

   Dua buah vektor dikatakan sama apabila keduanya memiliki panjang dan arah yang sama

4. **Kesejajaran dua vektor**

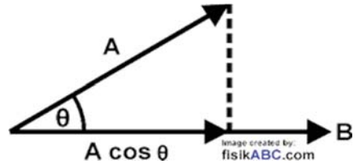
   Dua Buah Vektor disebut sejajar (paralel) apabila arah vektor sama, yaitu segmen garis yang merepresentasikan kedua buah vektor sama.

c. Operasi Vektor

Beberapa macam operasi vector, yaitu:

1. Perkalian vektor dengan skalar dan perkalian titik/perkalian skalar dua vektor

   Sebuah vektor dapat dikalikan dengan skalar yang akan menghasilkan vektor juga dengan arah yang sama. Perkalian titik antara dua vektor A dan vektor B hasilnya berupa besaran skalar yang besarnya sama dengan hasil kali besar kedua vektor itu terhadap cosinus sudut apitnya. Perhatikan gambar di bawah ini:



θ adalah sudut apit antara dua vektor. Perkalian titik antara vektor A dan B dituliskan sebagai berikut.

$$A \,.\, B = |A||B| \cos\theta$$

Keterangan:

θ = sudut yang dibentuk oleh dua vektor A dan B dengan $0^o \leq \theta \leq 180^o$

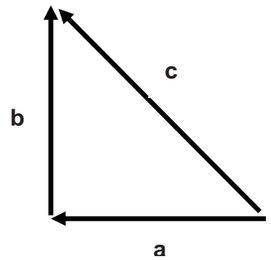
|A| = besar vektor A

|B| = besar vektor B

AB cos θ = BA cos θ, maka A . B = B . A. Perkalian titik dua vektor disebut juga sebagai **dot product**.

2. Penjumlahan dan Pengurangan Vektor

   Perhatikan gambar di bawah ini:



Pada penjumlahan dua buah vektor, **OA + AB = OB**, sehingga **AB** = **OB** – **OA.**

jika dimisalkan vektor **a** dan **b** adalah sebagai berikut:

$\vec{a} = X_A i + Y_a j$, dan

$\vec{b} = X_B i + Y_B j$

$$\vec{a} + \vec{b} = (X_a + X_B)i + (Y_A + Y_B)j$$

Dalam bidang koordinat, i adalah vektor satuan sumbu x dan j vektor satuan arah sumbu y. Hasil dari penjumlahan panjang vektor a dan b adalah: yaitu

$$\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha}$$

Pengurangan vektor juga berlaku dengan cara mengganti tanda (+) menjadi tanda (-)

Pada penjumlahan vektor memenuhi sifat komutatif dan asosiatif. Sedangkan pada pengurangan dua buah vektor tidak berlaku dua sifat tersebut.

3. Vektor Satuan

Vektor satuan adalah vektor yang memiliki panjang 1 satuan panjang. Vektor satuan dari sebuah vektor a dapat ditentukan dengan cara:

$$\vec{a} = \frac{a}{\|a\|} = \frac{\overrightarrow{a_1}}{\|a\|}\, i + \frac{\overrightarrow{a_2}}{\|a\|}\, j + \frac{\overrightarrow{a_3}}{\|a\|}\, k$$

Contoh Soal:

1. Jika A = $\binom{2}{3}$ dan B = $\binom{-1}{4}$ maka tentukan hasil dari A • B !

   penyelesaian :

   A • B = $\binom{2}{3} \bullet \binom{-1}{4}$

   = (2 x (-1)) + (3 x 4)

   = -2 + 12

   = 10

2. Tentukan hasil perkalian titik antara dua vektor satuan A = 2i + 3j + 5k dan B = 4i + 2j – k

   Penyelesaian:

   A . B = $A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$

   A . B = (2)(4) + (3)(2) + (5)(-1)

   A . B = 8 + 6 – 5

   A . B = 9

2. Penugasan

Pada Sub Tema 1. “Memancing di Sungai”, meliputi beberapa kajian materi:

a. Tujuan

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan penugasan agar peserta didik dapat:

1) Menjelaskan definisi vector dan menyelesaikan operasi vektor
2) Menyelesaikan permasalahan kehidupan sehari-hari yang melibatkan vektor

b. Media, Alat, Bahan, dan Sumber Belajar Lainnya

Alat dan Bahan yang digunakan:

1) Lingkungan sekitar (masyarakat)
2) Kertas grafik (Buku kotak kecil)
3) Buku, internet, koran, majalah, dll
4) Penggaris, alat tulis

c. Langkah-Langkah Penugasan

Kegiatan : Menentukan operasi vektor

Untuk mengetahui bagaimana penyelesaian operasi vektor, pelajari dan kaji permasalahan berikut ini.

Masalah

Menyelesaikan Operasi vektor

Diskusikan kegiatan ini bersama teman kalian.

Diketahui ΔABC sama sisi dengan panjang rusuk 10 satuan, maka tentukan $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC}$!

ALTERNATIF JAWABAN

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} \cos <$ BAC

= (....) x (....) x cos (....)° → ingat besar sudut segitiga sama sisi

= ..... x .....

= .....

SUB TEMA 2 " ALIRAN SUNGAI "

1. Uraian Materi

Sebagaimana telah dipelajari dalam materi sebelumnya mengenai vektor dan jenis-jenisnya, kali ini kita akan mempelajari tentang kombinasi linear dari vektor. Materi kombinasi linear vektor sangat bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari. Sebagai contoh gambar di bawah ini : aliran air di sungai, air mengalir tetap di dalam jalur aliran sungai tanpa melewati batas yang sudah dibuat. Kejadian ini berhubungan dengan kombinasi linear vektor dimana penjumlahan hasil kali anggota vektor merupakan anggota dari dalam vektor itu sendiri. Untuk lebih memahaminya, marilah kita mempelajari materi tentang kombinasi linear vektor.

Sumber : www.rimbakita.com

Gambar 2.1
Aliran Air di sungai

a. Pengertian Kombinasi Linear Vektor

Dalam matematika, kombinasi linear adalah penjumlahan hasil kali anggota himpunan pasangan berurutan seperti vektor dengan sebuah bilangan (skalar). Bilangan-bilangan tersebut ini adalah bilangan riil, namun juga bisa jadi bilangan kompleks.

Secara formal, misalkan *V* adalah ruang vektor, dengan elemen v_1, v_2, v_3,...,v_n. Sebuah vektor $\vec{w}$ di *V* disebut sebagai kombinasi linier dari vektor-vektor $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$, ... , $\vec{v_r}$ di *V*, jika $\vec{w}$ dapat ditulis dalam bentuk:

$$\vec{w} = k\vec{v_1} + k_2\vec{v_2} + \cdots + k_r\vec{v_r}$$

Dimana k_1,k_2, ... , k_r merupakan skalar. Skalar-skalar ini dikatakan sebagai koefisien dari kombinasi linier

Untuk sebuah kombinasi linear vektor berlaku sebuah teorema kombinasi linear yaitu:

"Himpunan seluruh kombinasi linier dari sembarang himpunan vektor lain yang tak kosong dari sebuah vektor merupakan sebuah ruang dari vektor itu sendiri"

Maksudnya, dari vektor *w* di atas, maka pembentuk kombinasi linier (*v*) adalah bagian ruang dari w.

Contoh 1
Diketahui a = (1, 2), b = (- 2, - 3), dan c (1, 3). Apakah c merupakan kombinasi linier dari a dan b?

Pembahasan:
Pertama kita bentuk sesuai dengan defenisi kombinasi linear dimana terdapat bilangan konstan yang bersesuaian, sehingga:

$c = k\vec{a} + k_2\vec{b}$, kita bisa menuliskannya:

$(1,3) = k_1(1,2) + k_2(-2,-3)$

$\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$

$1 = k_1 + (-2)k_2 \rightarrow k_1 - 2k_2 = 1$..... Persamaan 1

$3 = 2k_1 + (-3)k_2 \rightarrow 2k_1 - 3k_2 = 3$..... Persamaan 2

Kedua persamaan di atas dapat diselesaikan dengan metode eliminasi, sehingga diperoleh penyelesaian:

$k_1 - 2k_2 = 1$	x 2	$\cancel{2k_1} - 4k_2 = 2$	
$2k_1 - 3k_2 = 3$	x 1	$\cancel{2k_1} - 3k_2 = 3$	(-)

$-1k_2 = -1$

$k_2 = 1$

Subtitusikan k_2 = 1 ke persamaan 1, sehingga diperoleh:

$k_1 - 2k_2 = 1$
$k_1 - 2(1) = 1$
$k_1 - 2 = 1$
$k_1 = 3$

Jadi, c merupakan kombinasi linier dari a dan b karena k_1 dan k_2 mempunyai penyelesaian, dan dinyatakan dengan: $c = 3a + b$

Contoh 2
Diberikan $\vec{u} = (2,4,0), \vec{v} = (1,-1,3)$. Vektor tersebut berada di R^3. Dari vektor di bawah ini, manakah yang merupakan kombinasi linier dari u dan v?

a. $\vec{r} = (4,2,6)$
b. $\vec{h} = (1,5,6)$

Pembahasan:
a. $\vec{r} = (4,2,6)$

Kita akan memeriksa apakah ada kontanta k_1, k_2 yang memenuhi persamaan agar **u dan v** kombinasi linear dari **r**.

$\vec{r} = k_1\vec{u} + k_2\vec{v}$

$\begin{pmatrix}4\\2\\6\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}2\\4\\0\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$

$4 = 2k_1 + k_2 \rightarrow 2k_1 + k_2 = 4$..... Persamaan 1

$2 = 4k_1 + (-1)k_2 \rightarrow 4k_1 - k_2 = 2$..... Persamaan 2

Kedua persamaan di atas dapat diselesaikan dengan metode eliminasi, sehingga diperoleh penyelesaian:

$2k_1 + k_2 = 4$	x 2	$\cancel{4k_1} + 2k_2 = 8$	
$4k_1 - k_2 = 2$	x 1	$\cancel{4k_1} - k_2 = 2$	(-)
		$3k_2 = 6$	
		$k_2 = 2$	

Subtitusikan k_2 = 2 ke persamaan 1, sehingga diperoleh:

$2k_1 + k_2 = 4$

$2k_1 + 2 = 4$

$2k_1 = 2$

$k_1 = 1$

Jadi diperoleh nilai k_1 = 1 dan k_2 = 2. Sekarang diuji jika digunakan pada elemen vektor yang ke III.

$6 = 0k_1 + 3k_2$

$6 = 0(1) + 3(2)$

$6 = 0 + 6$

$6 = 6$ (Memenuhi)

Karena elemen vektor ke 3 memenuhi nilai tersebut, jadi vektor $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ merupakan kombinasi linear dari $\vec{r}$ dimana bisa dinyatakan dalam bentuk $\vec{r} = 1\vec{u} + 2\vec{v}$

b. $\vec{h} = (1, 5, 6)$

Kita akan memeriksa apakah ada kontanta k_1, k_2 yang memenuhi persamaan agar **u dan v** kombinasi linear dari **h**.

$\vec{h} = k_1\vec{u} + k_2\vec{v}$

$\begin{pmatrix}1\\5\\6\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}2\\4\\0\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$

$1 = 2k_1 + k_2 \rightarrow 2k_1 + k_2 = 1$..... ..... Persamaan 1

$5 = 4k_1 + (-1)k_2 \rightarrow 4k_1 - k_2 = 5$..... Persamaan 2

Kedua persamaan di atas dapat diselesaikan dengan metode eliminasi, sehingga diperoleh penyelesaian:

$2k_1 + \cancel{k_2} = 1$			
$4k_1 - \cancel{k_2} = 5$			(+)
$6k_1$		$= 6$	
		$k_1 = 1$	

Subtitusikan k_1 = 1 ke persamaan 1, sehingga diperoleh:

$2k_1 + k_2 = 1$

$2(1) + k_2 = 1$

$3 + k_2 = 2$

$k_2 = -1$

Jadi diperoleh nilai k_1 = 1 dan k_2 = -1. Sekarang diuji jika digunakan pada elemen vektor yang ke III.

$6 = 0k_1 + 3k_2$

$6 = 0(1) + 3(-1)$

$6 = 0 - 3$

$6 = -3$ (Tidak Memenuhi)

Jadi vektor **$\vec{u}$ dan $\vec{v}$ bukan merupakan kombinasi linear dari $\vec{h}$** karena nilai k_1 dan k_2 tidak memenuhi salah satu elemen vektor.

2. Penugasan

Pada sub tema 2. “Aliran Sungai”, meliputi beberapa kajian materi:

a. Tujuan

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan penugasan agar peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kombinasi linear vektor

b. Media, Alat, Bahan, dan Sumber Belajar Lainnya

Alat dan Bahan yang digunakan:

1) Lingkungan sekitar (masyarakat)
2) Kertas grafik (Buku kotak kecil)
3) Buku, internet, koran, majalah, dll
4) Penggaris, alat tulis

c. Langkah-Langkah Kegiatan

Kegiatan : Menentukan kombinasi linear vektor

Untuk mengetahui bagaimana menentukan kombinasi linear vektor, pelajari dan kaji permasalahan berikut ini.

Masalah

Menentukan kombinasi linear vektor

Diskusikan kegiatan ini bersama teman kalian.

Tentukan vektor $\vec{w} = (4, 3, 5)$ sebagai kombinasi linear vektor $\vec{u} = (2, -1, 3)$ dan $\vec{v} = (2, 4, -1)$

ALTERNATIF JAWABAN

Langkah Mengerjakan

Untuk dapat menyelesaikan permasalahan diatas, ikutilah langkah-langkah berikut dan isilah titik-titiknya!

LANGKAH 1

$\vec{w}$ = (4, 3, 5)

Kita akan memeriksa apakah ada kontanta k_1, k_2 yang memenuhi persamaan agar $\vec{u} = (2, -1, 3)$ dan $\vec{v} = (2, 4 - 1)$ kombinasi linear dari **r**.

$\vec{r} = k_1.\vec{u} + k_2.\vec{v}$

$$\begin{pmatrix}4\\3\\5\end{pmatrix} = k_1 \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\\3\end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix}2\\4\\\cdots\end{pmatrix}$$

.... k_1 + 2. k_2 = 4

.... k_1 + 4 k_2 = ...

LANGKAH 2

Jika diselesaikan dengan menggunakan sistem persamaan dua linear,

.... k_1 + 2. k_2 = 4 .... + ... = ...

.... k_1 + 4 k_2 = ... + ... = ... -

..... = ...

LANGKAH 3

Substitusikan nilai k yang sudah ada hasilnya ke salah satu persamaan misal persamaan (1)

.... k_1 + 2. k_2 = 4

..... + ... = ...

..... = ...

LANGKAH 4

diperoleh nilai k1 = ... dan k2 = ... Sekarang diuji jika digunakan elemen pada vektor yang ke III.

5 = 3.(....) + (-1).(.....)

5= ..... + ...

5 = ...

Jadi, kesimpulannya adalah .....

D. Rangkuman

Vektor dalam matematika dan fisika adalah objek geometri yang memiliki besar dan arah. Vektor jika dilambangkan dengan tanda panah (→). Besar vektor proporsional dengan panjang panah dan arahnya bertepatan dengan arah panah. Vektor dapat melambangkan perpindahan dari titik *A* ke *B*. Vektor sering ditandai dengan huruf kapital AB atau sebagai $\overrightarrow{AB}$.

Dalam matematika, kombinasi linear adalah penjumlahan hasil kali anggota himpunan pasangan berurutan seperti vektor dengan sebuah bilangan (skalar). Bilangan-bilangan tersebut ini adalah bilangan riil, namun juga bisa jadi bilangan kompleks.

Secara formal, misalkan *V* adalah ruang vektor, dengan elemen v_1, v_2, v_3,...,v_n. Sebuah vektor $\vec{w}$ di *V* disebut sebagai kombinasi linier dari vektor-vektor $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$, ... , $\overrightarrow{v_r}$ di *V*, jika $\vec{w}$ dapat ditulis dalam bentuk:

$$\vec{w} = k\overrightarrow{v_1} + k_2\overrightarrow{v_2} + \cdots + k_r\overrightarrow{v_r}$$

Dimana k_1,k_2, ... , k_r merupakan skalar. Skalar-skalar ini dikatakan sebagai koefisien dari kombinasi linier

E. Saran Referensi

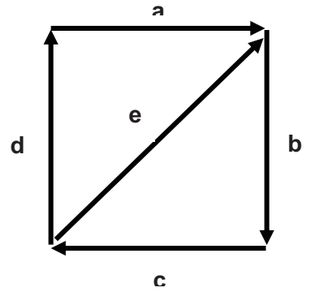
Untuk menambah wawasan dalam pemahaman terkait modul ini yang meliputi materi vektor pada bidang dan vektor dalam ruang, maka diharapkan peserta didik mencari sumber atau referensi lain selain modul ini. Saran referensi tersebut antara lain:

1. Judul Buku: “Ensiklopedia Matematika Terapan”, Karya Sue Thomshon dan Ian Fortster, dengan judul tema terjemahan:
   a. Matematika dalam Masyarakat
   b. Matematika dalam Lingkungan
   c. Matematika dalam Tempat Kerja
   d. Matematika dalam Sains
   e. Matematika dalam Teknologi
   f. Matematika dalam Perjalanan
2. Sumber media internet

F. Soal Latihan

I. Pilihlah salah satu jawaban yang benar!

1. 5 buah vektor **a**, **b**, **c**, **d**, dan **e** berada pada sebuah persegi seperti pada gambar berikut:



(1). a + b = e

(2). | c + d | = |e|

(3). e + b + c = 0

(4). a + b + c = - d

Pernyataan yang benar adalah...

a. 1 saja
b. 2 dan 3
c. 2, 3, dan 4
d. 4 saja
e. Semua benar

2. Diketahui titik-titik **A** (2, 5, 2), **B** (3, 2, -1), **C** (2, 2, 2). Jika a = AB dan b = CA dan c = b - a maka vektor c adalah...

a. (1, 5, 3)
b. (-1, 5, 3)
c. (-1, 0, 3)
d. (-1, 3, 5)
e. (-1, -3, 5)

3. Diketahui **a** = t i - 8 j + h k dan **b** = (t +2) i + 4 j + 2 k. Jika **a** = **- b** maka vektor **a** dapat dinyatakan ...

a. i + 8j + 2 k
b. i + 8 j - 2k
c. i - 8j + 2k
d. - i - 8j + 2k
e. - i - 8j - 2k

4. Dua vektor a dan b memiliki nilai titik tangkap yang sama dan nilai yang sama pula. Jika sudut apit antara kedua vektor adalah β, berlaku hubungan | a + b | = 2| a – b |. Maka β adalah ...

a. 30˚
b. 37˚
c. 45˚
d. 53˚
e. 60˚

5. Jika vektor **u** dan vektor **v** membentuk sudut 60˚ dimana l**u**l = 4 dan l**v**l = 2, maka **u** (**v** + **u**) adalah...

a. 13
b. 15
c. 17
d. 19
e. 20

6. Pernyataan berikut yang benar tentang kombinasi linear vektor adalah ...

a. pengurangan hasil kali anggota himpunan pasangan berurutan seperti vector dengan sebuah bilangan
b. penjumlahan hasil kali anggota himpunan pasangan berurutan seperti vektor dengan sebuah bilangan
c. hasil kali penjumlahan anggota himpunan pasangan berurutan seperti vektor dengan sebuah bilangan
d. pembagian hasilkali anggota himpunan pasangan berurutan seperti vektor dengan sebuah bilangan
e. hasil kali anggota himpunan pasangan berurutan seperti vektor dengan sebuah bilangan

7. Bilangan (skalar) pengali dalam kombinasi linear vektor adalah ...
   a. bilangan cacah
   b. bilangan nol
   c. bilangan asli
   d. bilangan riil
   e. bilangan prima
8. Diketahui vektor u = (1, 2, -1) ; v =(6, 4, 2) di R3 dan vektor w =(9, 2, 7). Pernyataan berikut yang benar adalah ....
   a. u merupakan kombinasi linear dari w
   b. v merupakan kombinasi linear dari w
   c. u dan v merupakan kombinasi linear dari w
   d. w merupakan kombinasi linear dari u dan v
   e. w bukan merupakan kombinasi linear dari u dan v

9. Misalkan **u** adalah vektor yang memiliki titik pangkal (2, –5) dan titik ujung (–1, 3). Penulisan vektor dengan kombinasi linear yang benar adalah ...
   a. 3i – 8j
   b. -3i – 8j
   c. 3i + 8j
   d. -3i + 8j
   e. – i + j

10. Diketahui vektor u = (1,2,-1) dan v =(6,4,2) di R3 dan vektor y =(4,-1,8). Pernyataan berikut yang benar adalah ....
    a. u merupakan kombinasi linear dari y
    b. v merupakan kombinasi linear dari y
    c. u dan v merupakan kombinasi linear dari y
    d. y merupakan kombinasi linear dari u dan v
    e. y bukan merupakan kombinasi linear dari u dan v

11. Salah satu syarat memenuhi kombinasi linear vektor adalah ...
    a. penyelesaiannya harus sama dengan nol
    b. pasangannya tidak harus berurutan
    c. harus mempunyai solusi atau penyelesaian
    d. penyelesaiannya harus sama dengan -1
    e. penyelesaiannya harus sama dengan 1

12. Jika w = (–12, 20) merupakan kombinasi linear dari v_1 = (– 1, 2) dan v_2 = (4, –6), berapakah nilai yang memenuhi itu ...
    a. $w = 4v_1 – 2v_2$
    b. $w = 4v_1 + 2v_2$
    c. $w = 2v_1 – 4v_2$
    d. $w = 4v_1 + 2v_2$
    e. $w = v_1 – 2v_2$

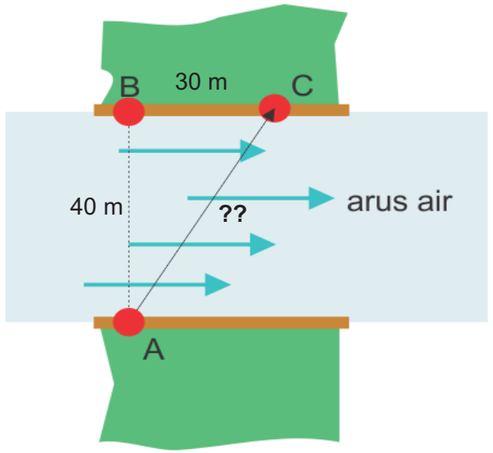
13. Misalkan a = (1,2), b = (-2,1) dan c = (6,2) adalah vektor-vektor di R^2 dan c adalah kombinasi linear dari a dan b. Berapakah penyelesaiannya ...
    a. c = 2a + 2b
    b. c = a + b
    c. c = a – b
    d. c = 2a – 2b
    e. c = 2a - b

14. Jika diketahui vektor a = (2,0,-4) dan n = (2,1,-4). Vektor manakah yang merupakan kombinasi linear dari kedua vektor tersebut ...
    a. (4, -6, -12)
    b. (4, 3, -12)
    c. (5, 1, 4)
    d. (3, 4, --6)
    e. (-12, 4, 3)

15. Perhatikan vektor $\boldsymbol{u}$ = (1,2,-1) dan $\boldsymbol{v}$ = (6,4,2) di R3 dan $\boldsymbol{w}$ = (9,2,7) adalah kombinasi linear dari $\boldsymbol{u}$ dan $\boldsymbol{v}$. Solusi yang tepat untuk pernyataan di atas adalah ...
    a. $\boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{u} + 2\boldsymbol{v}$
    b. $\boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{u} - 2\boldsymbol{v}$
    c. $\boldsymbol{w} = 3u + 2v$
    d. $\boldsymbol{w} = - u + 2v$
    e. $\boldsymbol{w} = 3u – v$

II. URAIAN

1. Seorang anak menyebrangi sungai yang memiliki lebar 40 meter. Karena aliran sungai cukup deras, anak tersebut sampai di titik yang berjarak 30 meter dari titik seharuanya seerti pada gambar:



   Tentukan jarak yang ditempuh sang anak hingga ke titik C dan tentukan sudut penyimpangan arah berenang anak tersebut !

2. Diketahui vektor **a** = (1, 2, -3); **b** = (4, 4, m); dan **c** = (3, -4, 5). Jika **a** tegak lurus **b**, tentukan hasil dari **a** + **b** – 2**c** !
3. Dua buah vektor ***A*** dan ***B*** pangkalnya membentuk sudut 60°. Jika ***A*** = 2***B*** dan ***A.B*** = 400 meter persegi. Maka berapa besar vektor ***A*** dan ***B***?
4. Diketahui **u** = (1, 1); **v** = (1, 2); dan **w** (3, 5). Apakah **w** kombinasi linier dari **u** dan **v**! Jelaskan!
5. Diketahui **v** =(0, 0, 0) merupakan kombinasi linier $\mathbf{u}_1$ = (2, 4, 0) dan $\mathbf{u}_2$ = (1, -1, 3). Apakah **v** merupakan kombinasi linear dari $\mathbf{u}_1$ dan $\mathbf{u}_2$? Jelaskan!

G. Kriteria Pindah Modul

Seluruh materi dan setiap kompetensi dasar dipelajari dengan seksama maka cobalah untuk mengerjakan latihan soal yang disediakan, baik secara individu, kelompok maupun dengan bimbingan tutor. Semakin rajin peserta didik dalam mengerjakan soal penugasan, diharapkan semakin terampil dan cepat mengeneralisasikan setiap permasalahan baik yang disediakan dalam modul ataupun dalam kaitannya dengan permasalahan sehari-hari.

Pada tahap berikutnya, kerjakan soal-soal dalam latihan, untuk mengukur penguasaan materi yang diperoleh dengan menggunakan rumus di bawah ini.

$$\text{Skor penilaian} = \frac{\text{Jumlah jawaban benar}}{\text{Jumlah soal}} \times 100\%$$

Keterangan :

Skor Penilaian	Tingkat Penguasaan
90% - 100%	Baik sekali
80% - 89%	Baik
70% - 79%	Cukup
60% - 69%	Kurang

Jika peserta didik mampu mencapai skor penilaian 80% atau lebih (tingkat penguasaan “baik” atau “sangat baik) maka dapat melanjutkan ke Standar Kompetensi/modul berikutnya, tetapi jika penilaian kurang dari 80% dianjurkan untuk mengulang kembali Standar Kompetensi tersebut, terutama pada bagian yang belum dikuasai. Tanyakan dengan teman atau dengan bimbingan tutor.

H. Kunci Jawaban

Penugasan 1

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC}$ cos < BAC

= 10 x 10 x cos 60.^{o}

= 100 x 0,5

= 50

Penugasan 2

Diperoleh nilai k1 = 1 dan k2 = 1 Sekarang diuji jika digunakan elemen pada vektor yang ke III.

5 = 3.(1) + (-1).(1)

5= 3 + -1

5 = -2

Karena tidak mempunyai solusi yaitu nilai di ruas kiri tidak sama dengan di ruas kanan sehingga bukan merupakan kombinasi linear vektor.

Soal Latihan

I. PILIHAN GANDA

1. (1) **a** + **b** = **e** (pernyataan salah)
   (2) | c + d | = |e| **(pernyataan benar)**
   (3) **e** + **b** + **c** = 0 **(pernyataan benar)**
   Karena, **b** + **c** = - e, sehingga **e** + **b** + **c** = 0
   (4) **a** + **b** + **c** = **- d (Pernyataan benar)**
   Jawaban : C
2. $a = AB = B - A = (3, 2, -1) - (2, 5, 2)$

$$= \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$b = CA = A - C = (2, 2, 2) - (2, 5, 2)$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Jadi,

$$c = b - a = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Jawaban : C

3. a = - b

$$t\,i - 8\,j + hk = -\big((t+2)i + 4\,j + 2\,k\big)$$

$$t\,j - 8\,j + h\,k = -(t+2)i - 4\,j - 2\,k$$

$$t = -(t+2)$$

$$t + t = -2$$

$$2\,t = -2$$

$$t = -1$$

$$h = -2, Sehingga$$

$$a = t\,i - 8\,j + hk$$

$$a = -i - 8\,j - 2\,k$$

Jawaban : E

4. $|a + b| = 2|a - b|$

$$\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\ Cos\beta} = 2.\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\ Cos\beta}$$

$$(\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\ Cos\beta})^2 = (2.\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\ Cos\beta})^2$$

$$a^2 + b^2 + 2ab\ Cos\beta = 4(a^2 + b^2 - 2ab\ Cos\beta)$$

Karena kedua vektor memiliki nilai yang sama, sehingga

$$a^2 + a^2 + 2a.a\ Cos\beta = 4(a^2 + a^2 - 2a.a\ Cos\beta)$$

$$2a^2 + 2a^2\ Cos\beta = 4(2a^2 - 2a^2\ Cos\beta)$$

$$2a^2 + 2a^2\ Cos\beta = 8a^2 - 8a^2\ Cos\beta$$

$$2a^2\ Cos\beta + 8a^2\ Cos\beta = 8a^2 - 2a^2$$

$$10a^2\ Cos\beta = 6a^2$$

$$Cos\ \beta = \frac{6a^2}{10a^2}$$

$$Cos\ \beta = 0{,}6$$

$$\beta = 53°$$

Jawaban : D

5. u(v + u) = u.v + u^2

   = |u|.|v| Cos 60˚ + u^2

   = 4 . 2. 0,5 + 4^2

   =4 + 16 = 20

Jawaban : E

6. Kombinasi linear adalah penjumlahan hasil kali anggota himpunan pasangan berurutan seperti vektor dengan sebuah bilangan (skalar).

   Jawaban: B

7. Bilangan (skalar) pengali dalam kombinasi linear vektor tersebut ini adalah bilangan riil
   Jawaban : D

8. $\vec{w} = k_1\vec{u} + k_2\vec{v}$

   $\begin{pmatrix}9\\2\\7\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}6\\4\\2\end{pmatrix}$

   $9 = k_1 + 6k_2 \rightarrow k_1 + 6k_2 = 9$..... Persamaan 1

   $2 = 2k_1 + 4k_2 \rightarrow 2k_1 + 4k_2 = 2$..... Persamaan 2

   Kedua persamaan di atas dapat diselesaikan dengan metode eliminasi, sehingga diperoleh penyelesaian:

   $k_1 + 6k_2 = 9$ | x 2 | $\cancel{2k_1} + 12k_2 = 18$
   $2k_1 + 4k_2 = 2$ | x 1 | $\cancel{2k_1} + 4k_2 = 2$ (-)
   $8k_2 = 16$

   $k_2 = 2$

   Subtitusikan k_2 = 2 ke persamaan 1, sehingga diperoleh:

   $k_1 + 6k_2 = 9$

   $k_1 + 6.2 = 9$

   $k_1 + 12 = 9$

   $k_1 = 9 - 12$

   $k_1 = -3$

   Jadi diperoleh nilai k_1 = - 3 dan k_2 = 2. Sekarang diuji jika digunakan elemen pada vektor yang ke III.

   $7 = -k_1 + 2k_2$

   $7 = -(-3) + 2(2)$

   $7 = 3 + 4$

   $7 = 7$ (Memenuhi)

   Karena elemen vektor ke 3 memenuhi nilai tersebut, jadi vektor $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ merupakan kombinasi linear dari $\vec{w}$

   Jawaban : C

9. **u** = ($x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$)
   u = ((-1 – 2), (3 – (-5)))
   u = (-3, 8)
   u = -3i + 8j
   Jawaban : D

10. Kita akan memeriksa apakah ada konstanta k1, k2 yang memenuhi persamaan agar **y kombinasi linier dari u dan v**

    $\vec{y} = k_1\vec{u} + k_2\vec{v}$

    $\begin{pmatrix}4\\-1\\7\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}6\\3\\2\end{pmatrix}$

    $4 = k_1 + 6k_2 \rightarrow k_1 + 6k_2 = 4$..... Persamaan 1

    $-1 = 2k_1 + 3k_2 \rightarrow 2k_1 + 3k_2 = -1$..... Persamaan 2

    Kedua persamaan di atas dapat diselesaikan dengan metode eliminasi, sehingga diperoleh penyelesaian:

    $k_1 + 6k_2 = 4$ | x 2 | $\cancel{2k_1} + 12k_2 = 8$
    $2k_1 + 3k_2 = -1$ | x 1 | $\cancel{2k_1} + 3k_2 = -1$ (-)
    $9k_2 = 9$

    $k_2 = 1$

    Subtitusikan k_2 = 2 ke persamaan 1, sehingga diperoleh:

    $k_1 + 6k_2 = 4$

    $k_1 + 6.1 = 4$

    $k_1 + 6 = 4$

    $k_1 = 4 + 6$

    $k_1 = -2$

    Jadi diperoleh nilai k_1 = -2 dan k_2 = 1 Sekarang diuji jika digunakan elemen pada vektor yang ke III.

    $7 = -k_1 + 2k_2$

    $7 = -(-2) + 2(1)$

    $7 = 2 + 2$

    $7 = 4$ (Tidak Memenuhi)

    Jadi vektor $\vec{y}$ **bukan merupakan kombinasi linier dari** $\vec{u}$ **dan** $\vec{v}$, karena nilai k_1 dan k_2 tidak memenuhi salah satu elemen vektor

    Jawaban : E

11. Salah satu syarat memenuhi kombinasi linear vektor yaitu memiliki solusi atau penyelesaian pada setiap elemen vektor

Jawaban : C

12. Pertama kita bentuk sesuai dengan defenisi kombinasi linear dimana terdapat bilangan konstan yang bersesuaian, sehingga:

$\vec{w} = k_1\vec{v}_1 + k_2\vec{v}_2$, kita bisa menuliskannya:

$(-12, 20) = k_1(-1, 2) + k_2(4, -6)$

$\begin{pmatrix}-12\\20\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}4\\-6\end{pmatrix}$

$-12 = (-1)k_1 + 4k_2 \rightarrow -k_1 + 4k_2 = -12$..... Persamaan 1

$20 = 2k_1 + (-6)k_2 \rightarrow 2k_1 - 6k_2 = 20$..... Persamaan 2

Kedua persamaan di atas dapat diselesaikan dengan metode eliminasi, sehingga diperoleh penyelesaian:

$-k_1 + 4k_2 = -12$ | x 2 | $\cancel{-2k_1} + 8k_2 = -24$

$2k_1 - 6k_2 = 20$ | x 1 | $\cancel{2k_1} - 6k_2 = 20$ (+)

$2k_2 = -4$

$k_2 = -2$

Subtitusikan k_2 = - 2 ke persamaan 1, sehingga diperoleh:

$-k_1 + 4k_2 = -12$

$-k_1 + 4(-2) = -12$

$-k_1 - 8 = -12$

$-k_1 = -12 + 8 = -4$

$k_1 = 4$

Jadi, w merupakan kombinasi linier dari v_1 dan v_2 karena k_1 dan k_2 mempunyai penyelesaian, dan dinyatakan dengan: $w = 4v_1 - 2v_2$

Jawaban : A

13. Pertama kita bentuk sesuai dengan defenisi kombinasi linear dimana terdapat bilangan konstan yang bersesuaian, sehingga:

$\vec{c} = k_1\vec{a} + k_2\vec{b}$, kita bisa menuliskannya:

$(6, 2) = k_1(1, 2) + k_2(-2, 1)$

$\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

$6 = 1k_1 + (-2)k_2 \rightarrow k_1 - 2k_2 = 6$..... Persamaan 1

$2 = 2k_1 + 1k_2 \rightarrow 2k_1 + k_2 = 2$..... Persamaan 2

Kedua persamaan di atas dapat diselesaikan dengan metode eliminasi, sehingga diperoleh penyelesaian:

$k_1 - 2k_2 = 6$ | x 2 | $\cancel{2k_1} - 4k_2 = 12$

$2k_1 + k_2 = 2$ | x 1 | $\cancel{2k_1} + k_2 = 2$ (-)

$-5k_2 = 10$

$k_2 = -2$

Subtitusikan k_2 = - 2 ke persamaan 1, sehingga diperoleh:

$k_1 - 2k_2 = 6$

$k_1 - 2k_2 = 6$

$k_1 - 2(-2) = 6$

$k_1 + 4 = 6$

$k_1 = 6 - 4$

$k_1 = 2$

Jadi, c merupakan kombinasi linier dari a dan b karena k_1 dan k_2 mempunyai penyelesaian, dan dinyatakan dengan: $c = 2a - 2b$

Jawaban : D

14. Misal, $\vec{a} = (2, 0, -4)$ dan $\vec{n} = (2, 1, -4)$ $kombinasi\ linier\ dari$ $\vec{c} = (x, y, z)$

$$2k_1 + 2k_2 = x$$
$$0k_1 + 1k_2 = y$$
$$k_2 = y$$

Sehingga,

$$-4k_1 + (-4)k_2 = z$$
$$-2(2k_1 + 2k_{2)} = z$$
$$-2x = z$$

Jadi, vektor $\vec{a}$ dan $\vec{n}$ berkombinasi linear dengan vektor $\vec{c}$ yang memiliki nilai (x, y, -2x), yaitu (3, 4, -6)

Jawaban : D

15. $\vec{w} = k_1\vec{u} + k_2\vec{v}$

$\begin{pmatrix}9\\2\\7\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}6\\4\\2\end{pmatrix}$

$9 = k_1 + 6k_2 \rightarrow k_1 + 6k_2 = 9$..... Persamaan 1

$2 = 2k_1 + 4k_2 \rightarrow 2k_1 + 4k_2 = 2$..... Persamaan 2

Kedua persamaan di atas dapat diselesaikan dengan metode eliminasi, sehingga diperoleh penyelesaian:

$k_1 + 6k_2 = 9$ | x 2 | $\cancel{2k_1} + 12k_2 = 18$

$2k_1 + 4k_2 = 2$ | x 1 | $\cancel{2k_1} + 4k_2 = 2$ (-)

$8k_2 = 16$

$k_2 = 2$

Subtitusikan k_2 = 2 ke persamaan 1, sehingga diperoleh:

$k_1 + 6k_2 = 9$

$k_1 + 6.2 = 9$

$k_1 + 12 = 9$

$k_1 = 9 - 12$

$k_1 = -3$

Jadi, $\vec{w}$ merupakan kombinasi linier dari $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ karena k_1 dan k_2 mempunyai penyelesaian, dan dinyatakan dengan: $\vec{w} = -3u + 2v$

Jawaban : A

II. URAIAN

1. Panjang vector **AC** atau |AC| yaitu

$$|AC| = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$|AC| = \sqrt{40^2 + 30^2}$$

$$|AC| = \sqrt{1600 + 900}$$

$$|AC| = \sqrt{25000}$$

$$|AC| = 50\ meter$$

Arahnya yaitu:

$$\tan\theta = \frac{BC}{AB}$$

$$\tan\theta = \frac{30}{40}$$

$$\tan\theta = \frac{3}{4}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4}$$

$$\theta = 37°$$

Jadi, anak tersebut berenang sejauh 50 meter (lebih jauh 10 meter dari lebar sungai) dan arahnya menyipang sejauh 37˚ dari garis lurus AB

2. **a** = (1, 2, -3); **b** = (4, 4, m); **c** = (3, -4, 5)

Syarat yegak lurus:

a . **b** = 0

1.4 + 2.4 + (-3).m = 0

4 + 8 – 3m = 0

-3m = -12

m = 4

maka

a + b – 2c = (1, 2, -3) +(4, 4, m) – 2(3, -4, 5)

= (1, 2, -3) +(4, 4, 4) – (6, -8, 10)

= (-1, 14, -9)

= -i + 14j – 9k

3. $|\vec{A} \cdot \vec{B}| = A.B\ \cos\theta$

$$400\ m = 2B.B\ \cos 60°$$

$$400\ m = \cancel{2}B^2.\frac{1}{\cancel{2}}$$

$$B^2 = 400\ m$$

$$B = 20\ meter$$

Jika **B** = 20 meter, maka **A** = 2**B** = 2. 20 meter = 40 meter

4. $\vec{w} = k_1\vec{u} + k_2\vec{v}$, kita bisa menuliskannya:

$(1,3) = k_1(1,2) + k_2(-2,3)$

$\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$3 = 1k_1 + 1k_2 \rightarrow k_1 + k_2 = 3$ ..... Persamaan 1

$5 = 1k_1 + 2k_2 \rightarrow k_1 + 2k_2 = 5$..... Persamaan 2

Kedua persamaan di atas dapat diselesaikan dengan metode eliminasi, sehingga diperoleh penyelesaian:

$\cancel{k_1} + k_2 = 3$

$\cancel{k_1} + 2k_2 = 5$ (-)

$-k_2 = -2$

$k_2 = 2$

Subtitusikan k_2 = 2 ke persamaan 1, sehingga diperoleh:

$k_1 + k_2 = 3$

$k_1 + 2 = 3$

$k_1 = 3 - 2$

$k_1 = 1$

Jadi, $\vec{w}$ merupakan kombinasi linier dari $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ karena k_1 dan k_2 mempunyai penyelesaian

5. Kita akan memeriksa apakah ada konstanta k_1, k_2, dan k_3 yang memenuhi persamaan agar **u_1, u_2, dan u_3** kombinasi linear dari **r**.

$\vec{v} = k_1\overrightarrow{u_1} + k_2\overrightarrow{u_2}$

$\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}2\\4\\0\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$

$0 = 2k_1 + 1k_2 \rightarrow 2k_1 + k_2 = 0$..... Persamaan 1

$0 = 4k_1 + (-1)k_2 \rightarrow 4k_1 - k_2 = 0$..... Persamaan 2

Pada persaam 1 dapat diubah menjadi:

$2k_1 + k_2 = 0$

$k_2 = -2k_1$

Kemudian subtitusikan ke persamaan 2, sehingga menjadi:

$4k_1 - k_2 = 0$

$4k_1 - (-2k_1) = 0$

$4k_1 - (-2k_1) = 0$

$6k_1 = 0$

$k_1 = \frac{1}{6}$

$k_2 = -2k_1$

$k_2 = -2\left(\frac{1}{6}\right)$

$k_2 = -\frac{1}{3}$

Jadi diperoleh nilai $k_1 = \frac{1}{6}$ dan $k_2 = -\frac{1}{3}$. Sekarang diuji jika digunakan elemen pada vektor yang ke III

$0 = 0k_1 + 3k_2$

$0 = 0.\left(\frac{1}{6}\right) + 3\left(-\frac{1}{3}\right)$

$0 = 0 - 1$

0 = - 1

Jadi vektor $\vec{u}_1$ **dan** $\vec{u}_2$ **bukan merupakan kombinasi linear dari** $\vec{v}$ karena nilai k_1 dan k_2 tidak memenuhi salah satu elemen vektor.

I. Penilaian (Rubrik Penilaian)

PENUGASAN 1

Kriteria penilaian	Skor
Menjawab benar dengan sempurna	100
Menjawab benar kurang sempurna	75
Menjawab salah	50

PENUGASAN 2

Kriteria penilaian	Skor
Menjawab benar sampai langkah 4	100
Menjawab benar sampai langkah 3	75
Menjawab benar sampai langkah 2	50
Menjawab benar sampai lagkah 1	25
Menjawab salah	20

SOAL LATIHAN

Kriteria penilaian	Skor
PILIHAN GANDA	
Menjawab Benar	2
Menjawab	0
URAIAN	Kebijaksanaan tutor (maksimal total nilai uraian = 70)
Total nilai benar semua	PG + Uraian = 100

DAFTAR PUSTAKA

http://istanamatematika.com

http://idschool.net/sma/materi-vektor-matematika-sma/

http://idschool.net/sma/penjumlahan-dan-pengurangan-vektor-serta-sifat-sifatnya/

Kurnianingsih, Sri (2007). *Matematika SMA dan MA 3A Untuk Kelas XII Semester 1 Program IPA*. Jakarta: Esis/Erlangga.

http://ppg.spada.ristekdikti.go.id.

https://www.google.co.id/search

PROFIL PENULIS

Nama Lengkap : Tasimin, S.Pd, M.Pd.

Telp Kantor/HP : 085 227 810 607

E-Mail : bapaktasimin234@gmail.com

Akun Facebook : ---

Alamat Kantor : PKBM GIRIWANGI CIPARI CILACAP

Jl. Giriwangi No. 31 Cipari Kec. Cipari Kab. Cilacap

Propinsi Jawa Tengah

Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Tutor Kesetaraan di PKBM GIRIWANGI CIPARI Kab. Cilacap
2. Guru di SMP NU Cipari Kab. Cilacap

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. D II UPBJ UT Purwokerto Jurusan Pendidikan Olahraga tahun 2005
2. FKIP Universitas Widya Dharma Klaten jurusan Pendidikan Matematika tahun 2011.
3. Pasca Sarjana Universitas Galuh Jurusan Managemen Pendidikan tahun 2016

CATATAN:

CATATAN:

CATATAN: